CC40A - Guía 6

10 de Julio de 1997

Grafos

1. El *transpuesto* de un digrafo $G = (V, E)$ es un digrafo $G^T = (V, E^T)$, donde $E^T = \{(u, v) \in V \times V / (v, u) \in E\}$. Es decir, G^T es G con todos los arcos invertidos. Describa y analice algoritmos eficientes para trasponer un grafo usando matriz de adyacencia y lista de adyacencia.

2. En clase vimos el algoritmo de *Kruskal* para encontrar el árbol generador mínimo. Otro algoritmo posible es el de *Prim*. En este caso se parte de un nodo cualquiera y se agrega la arista más barata que sale de él, lo cual nos da un árbol de 2 nodos. Se toma ahora la arista más barata que sale del árbol (es decir de cualquiera de los dos nodos) hacia el resto del grafo y se agrega, con lo que nos queda un árbol de 3 nodos. Se sigue hasta tener todos los nodos en el árbol. Escriba el algoritmo en detalle (indicando las estructuras de datos a usar, etc.), analícelo y pruebe que funciona.

3. Un grafo G es *euleriano* si hay un camino cerrado que pasa exactamente una vez por cada arista

   a) Pruebe que si hay un vértice con grado impar, G no puede ser euleriano.

   b) Pruebe que si todo vértice tiene grado par y G es conexo, G es euleriano.

   c) Diseñe un algoritmo eficiente determinar si un grafo G es o no euleriano, y en caso de serlo dar el recorrido del camino cerrado.

4. Modifique el algoritmo de Floyd para obtener la lista de todos los caminos más cortos entre todo par de nodos.

5. Se puede utilizar Floyd para calcular la longitud del camino simple más *largo* entre pares de nodos? Por qué?

6. El diámetro de un árbol está dado por el camino más largo entre dos nodos. Diseñe y analice un algoritmo eficiente para encontrar el diámetro del árbol.

7. Sea $G = (V, E)$ un grafo donde los nodos son computadores y las aristas conexiones. Cada conexión tiene una capacidad (ancho de banda), indicando el número de bits por segundo que puede transmitir. Si se establece una conexión de un nodo a otro para enviar video, el ancho de banda total será el de la conexión más lenta del camino. Diseñe un algoritmo eficiente (polinomial) que encuentre la conexión más rápida entre dos nodos u y v. Analice su algoritmo y pruebe que funciona.