CC40A - Guía 3

15 de Abril de 1997

1 Cotas Inferiores

Use un mecanismo similar al visto en clase para demostrar que el problema de encontrar el *mínimo* no puede resolverse con menos de $n-1$ comparaciones.

2 Dividir y Reinar

1. Diseñe un algoritmo $O(\log n)$ para calcular x^n, con x real y n entero.
2. Se tienen n puntos en el plano y se desea hallar el par más cercano de puntos. Diseñe y analice un algoritmo de dividir y reinar para resolver este problema. Se puede conseguir costo $O(n \log n)$.
3. La multiplicación de dos números de d dígitos hecha manualmente cuesta $O(d^2)$. Imagine que tiene números de muchos dígitos (de modo que no puede usar la multiplicación del computador). Diseñe un algoritmo $O(d \log d)$ para multiiplicar números de d dígitos.
4. Se tiene una matriz de $n \times n$ números. Toda fila y toda columna de la matriz presenta los números en forma ascendente. Diseñe un algoritmo $O(n)$ para buscar un cierto número en la matriz.

3 Programación Dinámica

1. Resuelva el problema de la *partición entera*: dada una lista de enteros $X = \{x_1 ... x_n\}$, partirla en dos subconjuntos A y $X - A$ de modo que la suma de ambos subconjuntos sea la misma. Obs: se puede reducir facilmente al problema de la mochila, pero intente resolverlo directamente.
2. Dadas dos cadenas de caracteres x e y, se desea encontrar la máxima cadena z que es cadena de las dos. Es decir, la cadena más larga z tal que $x = azb$ e $y = czd$. Resuelva el problema en tiempo $O(nm)$, donde $n = |x|$ y $m = |y|$.
3. Se tiene una cierta cantida de pesos D, y un conjunto de proyectos $p_1 ... p_n$. Para cada proyecto p_i se tiene d_{ij}, que representa cuánto me redituará el proyecto i si invierto en él j pesos. Puede suponer que si invierte más pesos el rédito no decrecerá. Se desea la mejor forma de invertir ese dinero en proyectos, maximizando el rédito. Analice su algoritmo en tiempo y espacio. Optimice el uso de espacio.

4 Inducción

1. Encuentre un algoritmo para evaluar $P(x) = a_0 + a_1 x + ... + a_n x^n$ usando sólo n sumas y n multiplicaciones.

2. Se tiene un conjunto de n intervalos $[x_i, y_i]$ en la recta real. Use inducción para hallar un algoritmo $O(n \log n)$ que determine cuáles son los intervalos que están contenidos en otros.

3. Suponga que tiene una caja negra que resuelve el problema de la mochila, simplemente contestando "sí" o "no" según haya o no solución. Use inducción para diseñar un algoritmo que en n consultas a la caja decida cuáles son los elementos que forman la solución.