CC40A - Control 1

15 de Mayo de 1997

P1 (2 pt)

a) (1.5 pt) Se desea colorear un mapa de n países con k colores. Por estética, se quiere evitar que dos países limítrofes tengan el mismo color. Se tiene una matriz $L_{i,j}$ que dice si los países i y j son limítrofes. Diseñe un algoritmo de búsqueda exhaustiva que determine si se puede o no colorear el mapa, y en caso de poderse, indique qué color usar para cada país. Analice su algoritmo.

b) (0.5 pt) Indique alguna mejora heurística para su algoritmo.

P2 (2 pt)

Dadas n personas, nos interesa encontrar una *celebridad*. Una celebridad es una persona que (a) la conocen todos, y (b) no conoce a nadie (note que no puede haber dos celebridades). Tenemos una matriz $C_{i,j}$ que nos dice si i conoce a j. Diseñe un algoritmo de tiempo $O(n)$ que determine que no existe celebridad o que indique quién es.

P3 (2 pt)

Calcule la cantidad de árboles binarios que hay con n hojas. Por ejemplo, la secuencia empieza así: $T(0) = 0$, $T(1) = 1$, $T(2) = 1$, $T(3) = 2$, $T(4) = 5$.

a) (0.8 pt) Obtenga una recurrencia correcta para $T(n)$.

b) (0.8 pt) Obtenga la función generatriz $T(z)$ a partir de la recurrencia (cuidado con los casos especiales $T(0)$ ó $T(1)$).

c) (0.4 pt) Use derivadas para obtener $T(5)$ a partir de $T(z)$.

d) (0.5 plus) Muestre que la expresión general para $T(n)$ es

$$\frac{1}{n}\binom{2n-2}{n-1}$$

e indique qué orden tiene (use Stirling).

Tiempo: 2 horas Con apuntes